

---

---

# Dedicace

---

Je dédie ce mémoire à mon SEIGNEUR et SAUVEUR

*JESUS-CHRIST*

---

# Remerciements

---

Je remercie :

- Mon cher et tendre époux Mr NTCHANA Arlais pour son soutien et ses encouragements.
- Mes parents Mr et Mme NGASSAM pour leur encadrement et encouragement pendant tout mon cursus académique.
- Pr UM Marie Thérèse, Doyen de la Faculté des Sciences Economiques et de Gestion appliquée de l'Université de Douala, pour le bon fonctionnement notre filière.
- Le Directeur Général de la SAAR-VIE, Mr MENG Ferdinand qui m'a donné l'occasion d'effectuer le stage professionnel dans sa structure.
- Mon encadreur académique Le Pr FONO Louis Aime pour sa disponibilité, et mon encadreur professionnel Mr NOUHOMOU Nico Roger pour l'encadrement que j'ai eu.
- Pr KOUM Francois et Dr YIGBEDECK Zacharie, pour leur soutien remarquable au cours de notre formation.
- Tous Mes frères et sœurs : Ange Carême, Caprice, Christie-DO, Karl, Rodalin, Stel Dolain, Valery.
- Les familles : MUSSONG, TIENCHEU, KOUAM, NGOUANFO, DISSANG et NYABEN et chaque membre de la famille NYAMSI pour leur amour et leur soutien .
- Tous mes camarades (Armel, Donald, Fabrice) pour la détermination et l'engagement qu'ils ont manifesté pendant toute la formation.
- Mr NOUBISSI Luc pour ses encouragements.

---

---

# Table des matières

---

Dédicaces	i
Rémerciements	ii
Liste des Figures	v
Presentation de la structure d'accueil	vi
Résumé	viii
Abstract	ix
Introduction Générale	1
<b>1 LES PRODUITS DE L'ASSURANCE VIE</b>	<b>3</b>
1.1 Les garanties en cas de décès . . . . .	4
1.2 Les garanties en cas de vie . . . . .	6
1.3 Les garanties mixtes . . . . .	7
<b>2 METHODES DE CALCUL ET NECESSITE DES PROVISIONS MATHEMATIQUES</b>	<b>9</b>
2.1 Définition et nécessité des provisions mathématiques . . . . .	9
2.1.1 Définition des provisions mathématiques . . . . .	9
2.1.2 Nécessité des provisions mathématiques . . . . .	10
2.1.3 Méthodes de calcul des provisions mathématiques . . . . .	12

<b>3</b>	<b>GENERALITES SUR LES RACHATS</b>	<b>18</b>
3.1	Définition . . . . .	18
3.2	Causes et impact des rachats . . . . .	18
3.2.1	Les causes des rachats . . . . .	19
3.2.2	L'impact des rachats . . . . .	19
<b>4</b>	<b>PREVISION DES RACHATS</b>	<b>22</b>
4.1	Quelques modèles de prévisions . . . . .	22
4.1.1	Modèle de VASICEK . . . . .	22
4.1.1.1	Motivation . . . . .	22
4.1.1.2	Modélisation . . . . .	23
4.1.2	Modèle de CHAIN LADDER . . . . .	24
4.1.2.1	Motivation . . . . .	24
4.1.2.2	Modélisation . . . . .	24
4.2	Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE . . . . .	26
4.2.1	Présentation du produit et historique des rachats sur ce produit .	26
4.2.2	Analyse, résultats, interprétations et suggestions . . . . .	28
	<b>Conclusion Générale</b>	<b>32</b>
	<b>Annexes</b>	<b>33</b>
4.3	Extrait du code CIMA . . . . .	33
	<b>Bibliographie</b>	<b>41</b>

---

# Table des figures

---

1	Récapitulatif des produits de SAAR-VIE. . . . .	vii
2	Tableau 1. . . . .	x
1.1	Illustration de l'assurance temporaire décès. . . . .	5
1.2	Illustration de l'Assurance vie entière. . . . .	6
1.3	Illustration de la rente viagère. . . . .	7
1.4	Illustration de l'assurance de capital différé. . . . .	7
4.1	tableau 2. . . . .	25
4.2	tableau 3. . . . .	26
4.3	tableau 4. . . . .	28

---

# Presentation De La Structure D'Accueil

---

## 1. Historique de SAAR-VIE

Bien qu'appartenant au groupe SAAR, la SAAR-VIE est en voie de se faire une place dans ce milieu concurrentiel qu'est le secteur de l'assurance. Faisant partie intégrante du visage financier camerounais, elle se retrouve au sixième rang du classement en termes de chiffre d'affaires. SAAR-VIE a été créée par son Assemblée Générale Constitutive du 03 Septembre 2001 et agréée par Arrêté n°00011/MINEFI/DCEA du 08 Janvier 2002. De par sa constitution et en respect du Code CIMA, elle est une Société Anonyme (S.A) au capital de 1 000 000 000 de francs CFA, entièrement libéré à 100% d'intérêt privé camerounais, représentée par un groupe d'entreprises d'assurance, bancaire et d'hommes d'affaires. En conséquence de son statut juridique, SAAR-VIE est une société de droit camerounais, soumise au régime du réel. Ses structures ne sont pas fondamentalement différentes de celles des autres entreprises.

## 2. Fiche signalétique de SAAR-VIE

Nom de l'entreprise	SAAR-VIE
Adresse BP :2801	DOUALA /CAMEROUN
Siège	YAOUNDE
Forme juridique	SOCIETE ANONYME
Localisation	BONAJO
Secteur d'activité	ASSURANCE

<i>Code Classe</i>	<i>Classe</i>	<i>Produits</i>	<i>Code</i>
20	Vie -Décès	-Temporaire Décès Individuel	200
		- Prévoyance Collective	201
		- Frais Funéraires	202
		-Prévoyance Retraite	203
21	Fonds d'investissement	-Emprunteurs Individuels	210
		- Groupe Emprunteurs	211
22	Opérations Tontinières	-Tontinières	220
23	Capitalisation	-As <u>Millenium</u>	230
		-Flash Millenium	231
	-Capital Différé	232	
		- Mixte Anticipé	233

FIGURE 1 – Récapitulatif des produits de SAAR-VIE.

---

# Résumé

---

Le rachat, droit qu'à l'assuré de demander de façon anticipée le paiement de la provision mathématique constituée par son contrat, est l'un des risques majeurs du marché de l'assurance vie. Etant intrinsèquement lié au comportement des assurés, il est donc l'un des moins bien connus et l'un des plus négligé.

Dans ce travail, nous présentons les causes et les conséquences(positives et négatives)du rachat, nous analysons quelques modèles classiques de prévision du risque de rachat et nous utilisons l'un d'eux pour prévoir le risque de rachat et minimiser ses effets au sein de l'entreprise d'accueil ; la SAAR-VIE.

Mots clés : rachat, assurance vie, Vasicek, Chain-Ladder, provision mathématique, prime.



---

---

# Abstract

---

The repurchase is one of the main risks of the market of the life insurance. Being intrinsically related to the behavior of the policy-holders, he is one of the least well-known and one of more are thus neglected. In this work, we present the causes and the consequences (positive and negative) of the repurchase, we analyze the classical models of forecast of the repurchase, and we use one of them to envisage the risk of repurchase and to minimize its effects within the company of reception, SAAR-VIE.

Keywords : repurchase, life insurance, Vasicek, Chain-Ladder, mathematical provision, insurance premium.

---

---

# Glossaire

---

Sigle	Signification
SAAR	Société Africaine d'Assurance et de Réassurance
VAP	Valeur Actuelle Probable
SICAV	Société d'Investissement à Capital Variable
TMG	Taux Minimum Garanti
PM	Provision Mathématique
FSEGA	Faculté des Sciences Economiques et de Gestions Appliquées
CIMA	Conférence Interafricaine des Marchés d'Assurances

FIGURE 2 – Tableau 1.

---

# Introduction Générale

---

La concurrence sur le marché Américain de l'assurance vie a emmené les assureurs à proposer des innovations commerciales aux clients afin de se démarquer. Certaines de ces innovations ayant eu un grand succès sur ce marché l'assurance, ont été adoptées et intégrées dans le code des assurances de la zone CIMA comme un droit pour l'assuré. Ce phénomène a rendu complexe les produits à travers l'offre de nouvelles options et garanties aux assurés, générant ainsi de nouveaux risques pour l'assureur. Un exemple de ces risques est l'option de rachat ; qui est l'opération par laquelle le souscripteur demande un paiement anticipé de la provision mathématique constituée par son épargne. S'il est vrai que le rachat dépend de l'assuré, il constitue un risque dans la gestion quotidienne à court et à moyen terme pour l'assureur. La SAAR-VIE entreprise camerounaise d'assurance vie de la zone CIMA et structure d'accueil durant le stage professionnel au cours de ma formation, n'est pas épargné de ce risque. C'est dans ce contexte que nous nous proposons d'analyser le rachat, ses causes, ses conséquences, et de proposer un modèle permettant de prévoir et de minimiser ce risque dans les sociétés d'assurance vie de la zone CIMA en générale, et à la SAAR-VIE en particulier.

Ce travail est subdivisé comme suit : La première partie rappelle les principaux concepts propres au secteur de l'assurance vie et comment ils sont utilisés dans la zone CIMA

La deuxième partie présente la notion de rachat, ses causes, conséquences et les modèles de prévision de CHAIN-LADDER et de VACISEK. Nous utiliserons le modèle de CHAIN-LADDER qui est simple à implémenter pour minimiser le risque de rachat dans la structure d'accueil .

---

---

# **PARTIE I : GENERALITE SUR L'ASSURANCE VIE**

---

# LES PRODUITS DE L'ASSURANCE

## VIE

---

### Introduction

Un contrat d'assurance vie est un contrat qui garantit, moyennant le paiement d'une prime, le versement d'une somme d'argent (appelé capital) en cas de survenance de l'événement garanti.

Dans la vie, l'Homme est exposé à deux grands risques, qui sont directement liés à sa vie : Celui de mourir prématurément et celui de vivre trop longtemps (c'est-à-dire atteindre l'âge où il dépend totalement des autres). L'assureur vie transforme ces risques en deux grands groupes de garanties.

-La garantie ou assurance de prévoyance qui couvre le risque de mourir prématurément.

-La garantie ou assurance d'épargne qui couvre le risque de vivre trop longtemps, au point de dépasser l'âge limite pour travailler et gagner son pain soi-même.

Ces deux garanties n'ont pas toujours permis de couvrir tous les risques auxquels était exposé la vie de l'assuré car il y'avait des personnes qui mourrait pendant la durée d'une garantie en cas de vie, et ceux qui vivait encore au terme d'une garantie en cas de décès. C'est ainsi que les assureurs ont mis en place le troisième groupe de garanties qui combine les deux autres, c'est la garantie mixte.

Dans ce chapitre nous présentons, les garanties en cas de décès, les garanties en cas de vie et les garanties mixtes

## 1.1 Les garanties en cas de décès

C'est un contrat qui assure le versement d'un capital ou rente à un bénéficiaire (désigné dans le contrat), en cas de décès de l'assuré. Il peut être souscrit individuellement ou collectivement par l'intermédiaire d'une entreprise ou d'une association. Notons que pour certaines garanties, l'invalidité permanente et totale (IPT) avant le terme du contrat est assimilée au décès et dans ce cas la garantie est l'assurance invalidité et décès.

Quelques garanties ou produits en cas de décès

– **i) Assurance temporaire décès**

Elle garantit le versement d'un capital à un bénéficiaire si la mort de la personne assurée survient avant le terme du contrat. Notons ici que le risque est incertain et peut survenir n'importe quand. Mais le versement du capital est limité dans le temps par le terme du contrat

-L'assurance décès individuel : Elle garantit à la suite du décès par maladie ou par accident de l'assuré le paiement d'un capital au(x) bénéficiaire(s) désigné(s). Le montant de la garantie ainsi que le(s) bénéficiaire(s) sont déterminés par l'assuré.

-L'assurance décès groupe : Elle garantit à la suite du décès d'un membre du groupe assuré, le versement d'un capital aux membres de sa famille par l'intermédiaire des responsables du groupe. Elle peut être souscrite par une entreprise, ou toute association.

-L'assurance décès emprunteur : Elle garantit le versement du capital restant dû à l'établissement financier (prêteur) en cas de d'insolvabilité de l'emprunteur. L'insolvabilité doit être causée par le décès ou l'invalidité permanente et totale (assimilé à un décès).

-L'assurance frais funéraires : Elle garantit le versement d'un capital pour l'organisation des obsèques en cas de décès de l'assuré. Elle peut être souscrite par un groupe, une famille, une association de personnes. Le capital est versé aux membres de la famille par l'intermédiaire des responsables du groupe

-La tontinière : Elle garantit le versement du montant restant dû des cotisations de l'assuré en cas de décès de celui-ci. Elle ne peut être souscrite que par les tontines.

Le schéma suivant illustre le déroulement d'un contrat d'assurance vie garantissant la temporaire décès.

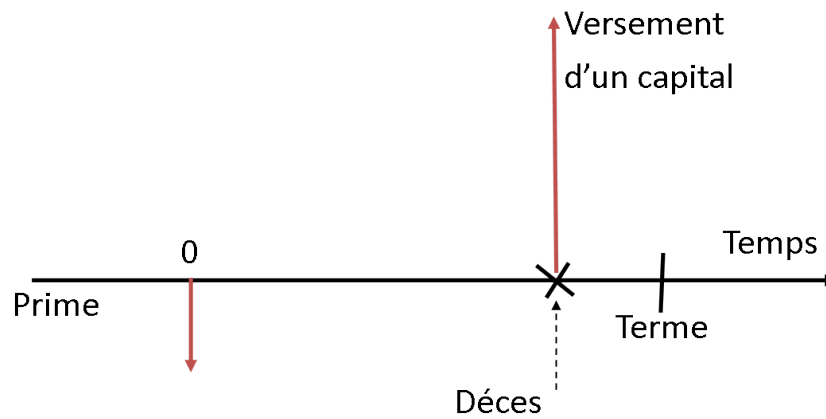


FIGURE 1.1 – Illustration de l'assurance temporaire décès.

### – ii) Assurance vie entière

Contrairement à temporaire décès, l'assurance vie entière est un contrat souscrit sans limitation de durée, donc pour une période indéterminée et illimitée, ici c'est la mort de l'assuré qui marque le terme du contrat. L'assuré s'engage ainsi à payer la prime pendant toute la durée de sa vie. Cette garantie est conseillée pour les personnes qui n'ayant aucune sécurité sociale, sont les seules ou les principales sources de revenus de leurs familles, (par exemple les commerçants et ceux qui font les petits métiers) et qui veulent laisser à leurs familles une ressource qui leur permettrait de prendre soin d'eux, avant de trouver une nouvelle source de revenu.

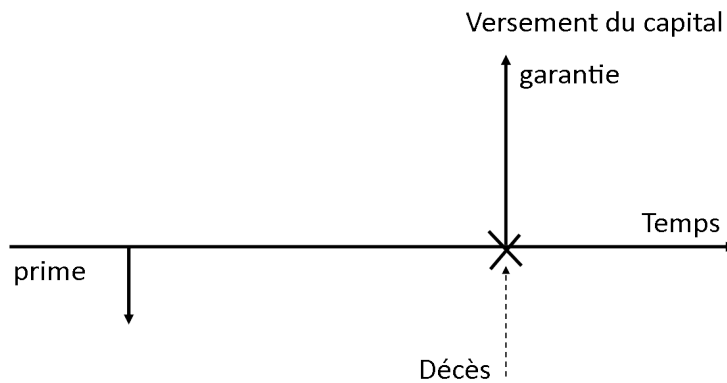


FIGURE 1.2 – Illustration de l'Assurance vie entière.

## 1.2 Les garanties en cas de vie

Les contrats d'assurance en cas de vie sont encore appelés les contrats d'épargne et capitalisation. Contrairement à l'assurance en cas de décès, l'assurance en cas de vie est utilisée comme placement, l'assuré pouvant lui-même être le bénéficiaire. Elles sont caractérisées par le fait que le capital est versé si l'assuré est encore en vie au terme du contrat. Il peut être versé soit sous forme de rente soit sous forme de capital différé.

Quelques garanties ou produits en cas de vie

– i) **La rente viagère**

La rente viagère garantit le versement périodique d'un montant à l'assuré (ce montant est appelé arrérages ou rente) pendant sa vie. Le montant du versement est fonction de la prime. La durée du contrat peut être délimitée dans le contrat ou par la mort de l'assuré.



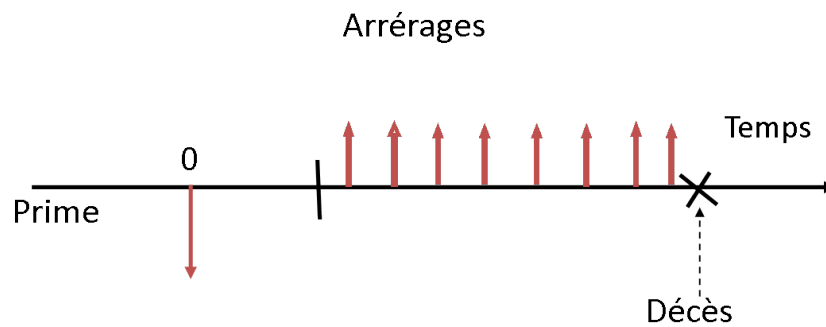


FIGURE 1.3 – Illustration de la rente viagère.

– ii) **L'assurance de capital différé**

Un capital est versé au bénéficiaire (en général l'assuré) si ce dernier est toujours en vie au terme du contrat. Et si l'assuré meurt avant le terme du contrat, les primes cotisées sont acquises à l'assureur. L'assuré peut également souscrire à une garantie appelée contre assurance, permettant à ses ayants droits de récupérer uniquement le total des primes cotisées, s'il décède avant le terme du contrat.

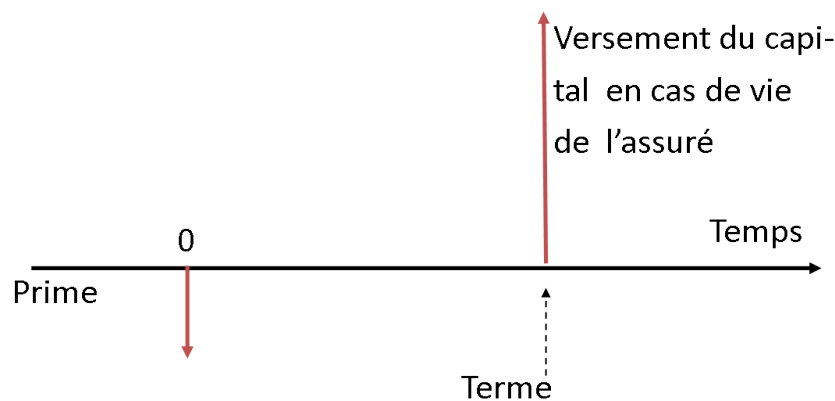


FIGURE 1.4 – Illustration de l'assurance de capital différé.

## 1.3 Les garanties mixtes

Ce sont les contrats qui combinent à la fois les garanties en cas de décès et les garanties en cas de vie. Elles naissent du souci de l'assureur de fournir à ses clients des

garanties complètes. En effet les assureurs se retrouvaient souvent face à des clients qui ayant souscrit une garantie en cas de vie, après avoir payé plusieurs primes décèdent avant le terme du contrat. D'après le code CIMA les primes encaissées par l'assureur lui sont acquises. Mais pour permettre au client de ne pas perdre son argent, l'assureur lui propose une garantie complémentaire en cas de décès, qu'il incorpore dans le contrat. Ainsi à la mort de l'assuré, ses ayants droit pourront récupérer (selon les termes du contrat) une partie ou la totalité des primes qu'il a cotisé.

Quelques garanties ou produit d'assurance mixte

**i) La rente éducation avec une garantie en cas de décès du souscripteur**

C'est la combinaison des garanties temporaire décès, invalidité permanente et totale et du capital différé, qui voudrais que l'on paye au bénéficiaire un montant choisit dans le contrat pour garantir les frais de scolarité de ses études supérieures, Même si le souscripteur devient invalide ou décédé avant le terme du contrat.

**ii) La retraite complémentaire avec une garantie en cas de décès de l'assuré.**

C'est la combinaison de la garantie temporaire décès et de la garantie épargne pure (retraite complémentaire). Elle prévoit le paiement à l'assuré pendant sa retraite du capital souscrit même s'il est invalide, ou le paiement d'un autre capital (choisi par l'assuré) à ses ayant droits s'il décède avant l'âge de la retraite.

## Conclusion

Ces produits ne sont que les produits classiques de l'assurance vie beaucoup d'autre sont modélisés chaque jour par les assureurs vie, en faisant une combinaison ou une amélioration de ceux-ci, et aussi en créant de nouveaux produits adaptés aux risques. L'objectif étant d'aider les population à vivre en toute quiétude en garantissant des couvertures pour tous les risques liés à leurs vies.

# METHODES DE CALCUL ET NECESSITE DES PROVISIONS MATHEMATIQUES

---

## 2.1 Définition et nécessité des provisions mathématiques

### 2.1.1 Définition des provisions mathématiques

Toute entreprise dispose d'un actif, reflétant ce qu'elle possède, et en contrepartie d'un passif, reflétant ce qu'elle doit. Dans une activité traditionnelle, l'entreprise produit un bien ou un service en décaissant un certain prix de revient, puis est rémunérée en contrepartie de la livraison de ce bien ou de ce service. L'activité d'un assureur est singulière : en effet, le montant de la garantie d'un contrat d'assurance vie est prévu dès la signature du contrat, quelle que soit la gravité de l'événement subi. L'assureur encaisse son prix de vente avant de décaisser son prix de revient et dispose ainsi de fonds dans l'intervalle de temps. On parle de cycle inversé de la production. Ceci conduit l'assureur à disposer d'un actif important pour faire face aux engagements qu'il a pris vis-à-vis des assurés.

Les provisions mathématiques sont à la date d'évaluation la différence entre d'une part la valeur actuelle probable des engagements pris par l'assureur, et d'autre part la valeur actuelle probable des engagements pris par les souscripteurs[2]. En effet, la souscription d'un contrat d'assurance donne naissance à des engagements tant de la part de l'assuré que de l'assureur ces engagements étant futur, pour déterminer

## **2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques**

---

la provision d'un contrat à une date précise, on actualise les valeur d'engagement avant de faire la différence puisqu'on est dans le présent . Dans les garanties en cas de décès, la somme des différences à des dates donnée des engagements de l'assuré et de ceux de l'assureur, constituent les provisions mathématiques, qui constituent le supplément que l'assureur devra ajouter sur la somme des primes de son client pour l'indemniser s'il y'a un éventuel sinistre. Théoriquement la valeur de ces provisions peut être calculée à n'importe quel moment de la vie du contrat. Mais dans la pratique, les compagnies calculent les provisions mathématiques d'inventaire au 31 décembre de chaque année de vie du contrat, parcequ'il est fastidieux de le faire chaque jour. Dans les contrats en cas de vie ou contrat d'épargne et de capitalisation, l'assureur n'a en réalité aucun engagement, car ici il s'agit de l'assuré qui s'engage à verser une prime (suivant la périodicité qu'il a définit) et l'assureur lui restituera son argent à la fin du contrat, majoré des intérêts tels que définit dans le contrat. En plus de tout ce qui est contractuel, l'assureur a également dans ses provisions les provisions pour participation aux excédents [1]. C'est un montant que l'assureur met à part, pour les contrats d'épargne et capitalisation. Après le bilan annuel, une part du bénéfice réalisé est répartie entre tous les clients qui ont des contrats d'épargne et capitalisation dans la compagnie. La décision de partager le bénéfice et le montant à allouer aux clients est définit par le conseil d'administration de la compagnie.

La CIMA laisse à chaque entreprise d'assurance vie la possibilité de constituer des provisions particulières nécessaires à l'équilibre de ses opérations, sous réserve que ces provisions particulières soient agréées par le contrôle de régulation de la CIMA

### **2.1.2 Nécessité des provisions mathématiques**

i) Elles constituent une épargne qui génère des intérêts

Considérons un contrat d'épargne et capitalisation, par exemple le capital différé ou la retraite complémentaire sans contre assurance, l'assureur ne restitue l'épargne du client qu'au terme du contrat ; ses seules dépenses (pendant la durée du contrat) correspondent aux frais de fonctionnement et de gestion, mais pourtant il ne devra pas considérer que les primes nette de frais sont un bénéfice, car il sait qu'il devra, au terme du contrat restituer les capitaux (qui sont la sommes des primes, majorée des intérêts).

## 2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques

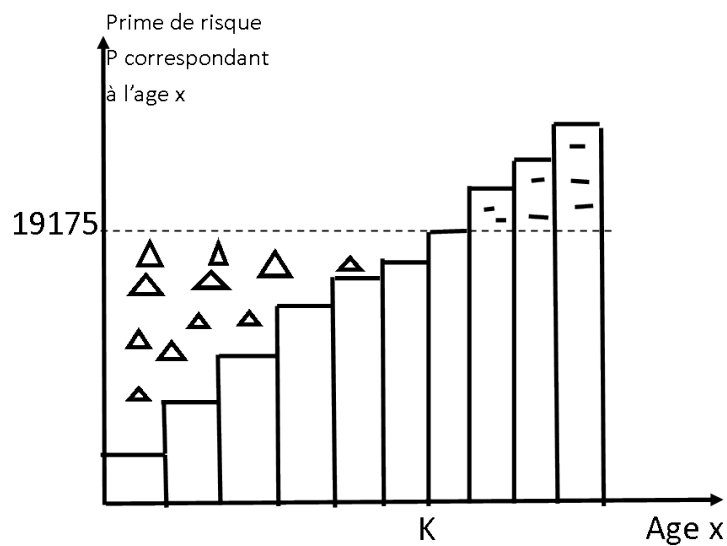
---

Ces fonds seront ainsi épargnés, et cette épargne génèrera des intérêts. Une partie de ces intérêts sera utilisée pour majorer les primes des clients, et l'autre partie sera la bénéfice de l'assureur.

ii) Elles permettent de niveler les charges variables dans le temps.

Lorsque le contrat est payé par des primes annuelles nivelées (les primes annuelles nivelées sont les primes annuelles du contrat, stabilisées pendant une période. Le montant étant déterminé à partir de la valeur moyenne des primes de la période de stabilisation), utilisons cette illustration pour montrer comment les provisions mathématiques permettent de niveler les charges variables. Considérons une garantie en cas de décès portant sur un capital constant, l'assureur peut faire payer à son client une prime annuelle. Cette prime augmentera avec l'âge de l'assuré puisque le coefficient de mortalité croît avec l'âge, et par conséquent la prime aussi. Cette augmentation étant parfois jugée trop rapide par le client, l'assureur peut proposer lui le paiement d'une prime nivelée pendant une période définie. Cette opération s'appelle la stabilisation, l'assureur le fait juste pour fidéliser le client. Au début du contrat, la prime nivelée sera supérieure à la prime de risque, et ce sera l'inverse vers la fin de la période de stabilisation. La portion de la prime nivelée supérieure à la prime de risque au début du contrat sera capitalisée et mise en provision pour pallier à l'insuffisance de la prime nivelée à partir d'une certaine date du contrat, puisque la prime nivelée deviendra inférieure à la prime de risque. Comme l'illustre le schéma suivant.

## 2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques



Provision à capitaliser car prime nivelée supérieure à prime de risque



Provision à compléter car prime de risque supérieure à prime nivelée

Nous avons vu l'importance des provisions mathématiques, et une erreur d'appréciation de leur montant peut significativement influencer les résultats d'un exercice comptable, et la solvabilité d'une compagnie. C'est pourquoi le législateur a pris soin de réglementer strictement l'évaluation et l'utilisation des provisions mathématiques, afin de protéger les assurés qui sont en réalité les propriétaires de ces provisions mathématiques. [1].

### 2.1.3 Méthodes de calcul des provisions mathématiques

Il existe trois méthodes principales d'évaluation ou de calcul des provisions mathématiques.

- La méthode prospective
- La méthode rétrospective
- La méthode par récurrence ou méthode itérative.

#### 1. La méthode prospective

Dans le cadre de cette méthode, l'on reprend la définition de la provision mathématique, à savoir la différence des valeurs actuelles des engagements de l'assureur

## 2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques

et de l'assuré à un moment donné. C'est à dire c'est égale à la différence de calcul entre ce que l'assureur doit potentiellement comme capital à l'assuré et ce que ce dernier lui doit potentiellement comme prime. Il s'agit ici de la prime commerciale. En effet il existe la prime pure, qui est la prime même de risque, celle qui permet à l'assureur de couvrir le risque. A cette prime l'assureur ajoute toutes les dépenses effectuées pour la mise sur pied du contrat à l'instar des salaires des employés, les factures...etc, toutes ces dépenses sont appelées frais de gestion. La prime pure plus les frais de gestion donne la prime d'inventaire. Enfin, à la prime d'inventaire, l'assureur ajoute les frais d'acquisition (qui sont les commissions de l'apporteur du contrat) pour trouver la prime commerciale qui est celle que nous utilisons ici. En notant  $PM_k$  la provision mathématique d'un contrat à la fin de son k-ième anniversaire (k années après sa souscription), il se traduit ainsi :

$$PM_k = VAP(\text{assureur})_k - VAP(\text{assuré})_k.$$

Notons que, les deux VAP étant évaluées à la date de calcul k.

Pour calculer donc les PM, il faut évaluer les VAP de chaque partie à la date de calcul c'est à dire trouver ce que représente aujourd'hui l'engagement qu'avait pris chaque partie au contrat.

**a) Calcul de VAP de l'assuré à la fin de la  $k^{\text{ième}}$  année** Selon la nature de la prime (prime pure, prime d'inventaire et prime commerciale) prise en compte dans le calcul de la VAP des engagements futurs de l'assuré. On distingue :

a<sub>1</sub>) La VAP de l'assuré à la prime pure à la fin de la  $k^{\text{ième}}$  année.

C'est la VAP calculée à partir de la prime pure et définie comme suit :

$$\begin{aligned} VAP(\text{assuré})_k &= \text{Prime pure} * {}_{n-k}\ddot{a}_{x+k} \\ &= \text{Prime pure} * (N_{x+k} - N_{x+n})/D_{x+k}. \end{aligned}$$

Où x est l'âge de l'assuré à la souscription, n la durée du contrat.  $N_{x+n}$ ,  $N_{x+k}$ ,  $D_{x+k}$  sont les nombres de comutation, qui se lisent sur la table de comutation dont la copie est en annexe

a<sub>2</sub>) La VAP de l'assuré à la prime d'inventaire à la fin de la  $k^{\text{ième}}$  année.

## 2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques

---

Cette VAP est calculée à partir de la prime d'inventaire et définie par :

$$\begin{aligned} VAP'(\text{assuré})_k &= \text{Prime inventaire} * {}_{n-k}\ddot{a}_{x+k} \\ &= \text{Prime inventaire} * (N_{x+k} - N_{x+n})/D_{x+k}. \end{aligned}$$

- a<sub>3</sub>) La VAP de l'assuré à la prime commerciale à la fin de la *k*<sup>me</sup> année.  
Elle est calculée à partir de la prime commerciale et donnée par :

$$\begin{aligned} VAP''(\text{assuré})_k &= \text{Prime commerciale} * {}_{n-k}\ddot{a}_{x+k} \\ &= \text{Prime commerciale} * (N_{x+k} - N_{x+n})/D_{x+k}. \end{aligned}$$

**b) Calcul de VAP de l'assureur à la fin de la *k*<sup>me</sup> année** Les engagements futurs de l'assureur à la fin d'une année *k* quelconque comprend :

- b<sub>1</sub>) L'engagement de payer les sommes prévues au contrat dit engagement pur. La VAP de cet engagement est dite VAP pure de l'assureur.  
b<sub>2</sub>) L'engagement de faire face aux frais de gestion. La VAP de cet engagement est dite VAP pure frais de gestion à payer par l'assureur.  
b<sub>3</sub>) L'engagement de faire face aux frais d'acquisition. La VAP de cet engagement est dite VAP des frais d'acquisition à payer par l'assureur.

Ainsi à une date *k* on a :

$$\begin{aligned} VAP(\text{assureur})_k &= VAP_{\text{pure}}(\text{assureur})_k + VAP(\text{frais gestion})_k \\ &\quad + VAP(\text{frais acquisition})_k. \end{aligned}$$

Comme pour les primes, le calcul de la VAP (assureur) à la fin d'une année *k* donnée va donc dépendre de la nature du contrat.

Pour évaluer la VAP de chaque partie, selon qu'on se limite aux seuls engagements purs de l'assureur et de l'assuré ou qu'on prend en compte les frais de gestion et d'acquisition dans les engagements des parties, on distingue :



## 2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques

---

(a) Les provisions mathématiques pures :

$$PM_k = VAP \text{ pure } (assureur)_k - VAP \text{ (assuré)}_k.$$

(b) Les provisions mathématique à la prime d'inventaire

$$PM_k = VAP \text{ pure}(assureur)_k + VAP \text{ (frais de gestion)}_k \\ - VAP' \text{ (assuré)}_k.$$

(c) Les provisions mathématiques à la prime commerciale

$$PM_k = VAP \text{ pure } (assureur)_k + VAP \text{ (frais gestion)}_k \\ + VAP \text{ (frais acquisition)}_k - VAP'' \text{ (assuré)}_k.$$

**Remarque 2.1.1** *Les frais d'acquisition étant payés à l'agent commercial juste après le versement de la prime, seule la prime d'inventaire est investie dans le calcul de la provision mathématique.*

### 2. La méthode rétrospective

Elle consiste à déterminer la provision mathématique à une date précise en se basant sur la différence des engagements passé de l'assureur et de l'assuré. Elle n'est pas très utilisée dans la zone CIMA car l'agence de régulation de la CIMA. Ne le permet pas. C'est pourquoi nous n'allons pas la décrire.

### 3. La méthode par récurrence

Elle consiste à calculer les provisions mathématiques par une formule de récurrence. La formule est explicitée par les contraintes du produit pour lequel on calcule la provision mathématique. C'est à dire, la formule de calcul de la PM dans un contrat Avenir Scolaire ne sera pas la même que celle d'un contrat retraite complémentaire. Théoriquement, la provision mathématique à une date précise sera la somme des primes investies à cette date majorée des intérêts. Cette méthode est utilisée pour évaluer la provision mathématique des contrats d'épargne et capitalisation dans lesquels l'assureur n'a en réalité aucun engagement, aucun

## **2.1. Définition et nécessité des provisions mathématiques**

---

sinistre à régler, il a juste l'obligation de restituer au client ses cotisations majorée des intérêts.

Au concept collectif de provision mathématique, représentant la valeur globale des engagements de l'entreprise d'assurance envers les assurés et bénéficiaires de contrats, s'ajoute l'idée d'une répartition partielle de cette masse au profit de ceux qui ne poursuivent pas leur contrat jusqu'au terme. Dans ce contexte on évoquera les opérations de rachats.

---

---

# **PARTIE II : PROBLEMATIQUE DES RACHATS**

---

# GENERALITES SUR LES RACHATS

---

## 3.1 Définition

Le rachat est l'opération par laquelle le souscripteur demande un paiement anticipé de la provision mathématique constituée par son contrat.

La plupart des contrats d'assurance vie prévoit la possibilité pour le souscripteur de prendre une valeur de rachat sur son contrat c'est-à-dire, d'y mettre partiellement ou totalement un terme. La loi prévoit que l'assureur ne peut pas s'opposer au rachat dès lors que le souscripteur a versé au moins deux primes annuelles ou 15% de ses primes[1]. La valeur de rachat est égale à la provision mathématique constituée diminuée des frais d'acquisition et d'entrée non amortie.

## 3.2 Causes et impact des rachats

Les entreprises d'assurance vie ont réalisé d'importants profits, en raison de l'évolution des taux d'intérêt rendant propice les investissements,. Mais avec la présence des fonds de pension sur le marché, les entreprises d'assurance vie perdent ainsi petit à petit leur part de marché dans le secteur. Les compagnies d'assurance vont donc chercher à attirer et fidéliser leurs clients, en développant des garanties nouvelles dans leurs contrats telles que les garanties de rendement, ou encore les options de rachat anticipé. Cette option s'est répandue, et chaque client le fait pour une raison précise, au-delà du fait que ce soit une option qui lui est offerte.

### 3.2.1 Les causes des rachats

Nous avons identifié quelques causes qui diffèrent suivant que l'on est dans l'une ou dans l'autre des deux parties au contrat :

#### Les causes venant de l'assuré

- La recherche d'une rentabilité meilleure sur ses investissements. Dans ce cas, l'assuré aurait découvert un placement qui lui rapporterait plus d'intérêt que ce que lui promet l'assureur.
- L'aléa de moralité : L'assuré peut avoir dissimulé les informations le concernant lors de la souscription du contrat ;
- L'assuré peut également avoir été surpris par un événement qui l'amène à ne plus tenir son engagement (la mort du bénéficiaire, les difficultés financières,).

#### Les causes venant de l'assureur

-La mauvaise gestion des clients (mauvais service d'accueil, non suivi des contrats et des requêtes des clients, par exemple, le client ne peut pas avoir un état réel de ses cotisations)

-L'utilisation d'un mauvais argumentaire de vente par les commerciaux ; C'est le fait de dire au client ou de laisser croire au client quelque chose qui n'est pas vrai, ou ne pas bien lui expliqué les contraintes du contrat dans le seul but de l'amener à souscrire.

-La mauvais taux de rémunération des contrats : C'est le fait que la compagnie ne propose pas des taux d'intérêt concurrentiels (les taux meilleurs que ceux de son concurrent) au client, il sera donc prompt à partir le jour qu'on lui proposera un meilleur taux ailleurs

### 3.2.2 L'impact des rachats

#### Du point de vue de l'assuré.

L'option de rachat est une très bonne innovation,

-Elle remet le client en confiance et le libère de l'idée selon laquelle l'assureur et un

voleur.

-Elle permet à l'assuré de résoudre certaines urgences financières (causes de son rachat)  
-elle diminue les ressources de l'assuré car le capital qui lui est remis comme valeur de rachat c'est la somme de ses primes (les primes encaissées) réduite des frais d'acquisition et d'entrée.

-La perte d'éventuelles primes de fidélité

### **Du point de vue de l'assureur.**

#### **-Le rachat entraîne la baisse des taux**

Les assureurs vie proposent la plupart du temps un Taux Minimum Garanti (TMG) aux clients. La CIMA fixe ce à 3,5% et certains assureurs vont au delà du TMG de la CIMA afin de convaincre les clients qu'il est mieux de prendre une assurance épargne chez eux que d'épargner à la banque. Les TMG sont très souvent majorés par la participation aux bénéfices. Envisageons alors deux scénarios après la signature d'un contrat.

**Scénario 1** : on observe une baisse des taux d'intérêt sur le marché.

L'assureur doit délivrer au moins le TMG, et l'assuré est ravi car il a le sentiment que son contrat est plus intéressant que le marché.

**Scénario 2** : on observe une hausse des taux d'intérêt sur le marché.

L'assuré voit une rémunération potentielle plus intéressante sur le marché que son contrat. Pourtant, l'assureur peut verser au-delà du TMG (participation aux bénéfices), mais pas de manière contractuelle, ce qui fait que psychologiquement, l'assuré est tenté de racheter son contrat pour l'investir ailleurs sur le marché. L'assureur doit alors vendre ses actifs pour effectuer le versement de la prestation. Etant donné qu'il possède une grande partie de son investissement en obligations et que leur valeur baisse en cas de hausse des taux, il va réaliser des moins-values. De plus, la rentabilité des contrats restant en portefeuille va diminuer, de même que leur attractivité auprès des clients. Cette nouvelle stratégie commerciale (le rachat) fait porter aux assureurs des risques nouveaux qu'ils vont sous-estimer, à leurs dépens. En effet, la garantie de rendement expose l'assureur à une baisse des taux, car le rendement de son actif peut ne pas être suffisant pour verser le TMG (taux minimum garanti). L'option de rachat l'expose comme on l'a vu à un risque de baisse des taux de rémunération des autres contrats en

portefeuille.

### **-Le rachat peut entraîner la faillite de la compagnie d'assurance**

Les compagnies d'assurance vie tirent les fonds pour leurs fonctionnements dans la capitalisation des contrats et donc l'interruption anticipée de ces contrats pourraient bien entraîner leurs faillites.

Nous utiliserons l'exemple de «Exécutive life» aux Etats Unis d'Amérique pour illustrer l'impact du rachat sur les compagnies d'assurance.

Fidèles aux obligations, Exécutive Life, entre autres, achète notamment de nombreux «junk bonds», émises par des entreprises ayant une probabilité de faire défaut importante et proposant un rendement élevé.

A la fin des années 80, Exécutive Life se place ainsi parmi les sociétés les plus importantes au monde, est 3<sup>ème</sup> en termes de rentabilité, et est notée AAA.

#### **Etape 1 : chute des marchés**

Au tournant des années 90, les compagnies émettrices de «Junk bonds» présentent un taux de faillite record. Ainsi, Exécutive Life essuie une perte de 1 milliard de dollars sur le seul 4<sup>ème</sup> trimestre de 1989, et sa note est abaissée par les agences de notation.

#### **Etape 2 : perte de confiance et rachats massifs**

Malgré la mise en place d'un plan d'action imposé par l'Etat de Californie, la confiance des assurés est entamée et ces derniers vont racheter massivement leurs contrats.

La compagnie doit alors annoncer des résultats catastrophiques pour 1990, dont une moins-value de 2,6 milliards de dollars sur ses actifs. Elle fait faillite en mai 1991.

La difficulté réside dans la modélisation du comportement de l'assuré. Ce dernier ne réagit pas de façon parfaitement rationnelle comme nous l'avons mentionné plus haut, et n'est pas non plus parfaitement informé des évolutions du marché.

Il convient de remarquer de plus que les rachats sont ou peuvent être freinés par un certain nombre de facteurs :

- Les pénalités de rachat par l'assureur
- La perte d'éventuelles primes de fidélité

# PREVISION DES RACHATS

---

## 4.1 Quelques modèles de prévisions

### 4.1.1 Modèle de VASICEK

C'est un modèle mathématique qui permet de faire les prévisions à long terme.

#### 4.1.1.1 Motivation

Dans la modélisation actuelle des rachats, il est supposé que le comportement des assurés est rationnel et qu'ils comparent régulièrement les taux du marché avec le taux crédité sur leurs contrats. Cette hypothèse paraît très forte pour les raisons suivantes :

- Tous les clients ne sont pas régulièrement informés des évolutions de taux,
  - Ils n'ont généralement pas le temps de faire des calculs avant de décider de faire un rachat sur leurs contrats,
  - Ils ne connaissent pas tous les mécanismes sous-jacent à l'assurance.
  - Quand bien même tous adopteraient cette démarche, le côté psychologique, imprévisible et humain du processus de décision vient fortement interférer dans l'affaire.
- Ainsi, nous allons nous focaliser en priorité sur les processus stochastiques, qui, prennent en compte l'aléa.

Dans la section suivante nous utilisons le modèle de VASICEK (plus souvent utilisé pour modéliser les taux courts) pour représenter les rachats.



4.1.1.2 Modélisation

Ce modèle a été proposé par Vacisek en 1977. On se place sur un espace probabilisé  $(\Omega, F, P)$  muni d'une filtration  $(\mathcal{F}_t)_{0 \leq t \leq T}$ . On suppose que sous une probabilité risque-neutre  $Q$ , le taux court instantané  $r$  suit un processus d'Ornstein-Uhlenbeck à coefficients constants :

$$\begin{cases} dr_t = k(\theta - r_t)dt + \sigma dW_t \\ r_0 = r(0) \quad Q - p.s. \end{cases} \quad (4.1)$$

Avec  $k, r_0$  et  $\sigma$  constantes positives et  $W$  un  $Q$ -mouvement brownien  $\mathcal{F}_t$ -adapté. Le terme drift s'interprète comme un retour à la moyenne de long terme  $\theta$  avec une vitesse de retour à la moyenne  $k$  et  $\sigma$  est la volatilité du taux court.

L'exploitation de ce modèle pour les taux de rachat est donné par :

Avec  $a, b, \sigma$  et  $T$  des constantes positives.

**Propriété 4.1.1** La solution du modèle 4.1 est donnée par :

$$r_t = r_s \exp -k(t - s) + \theta(1 - e^{-k(t - s)}) + \sigma \int_s^t e^{-k(t - u)} dW_u$$

**Preuve 4.1.1** En appliquant le lemme d'Îto au processus  $r_t e^{kt}$ , nous obtenons :

$$d(r_t e^{kt}) = (dr_t) e^{kt} + r_t d(e^{kt}). \quad (4.2)$$

En introduisant 4.1 dans 4.2, nous obtenons :

$$d(r_t e^{kt}) = k\theta e^{kt} dt + \sigma e^{kt} dW_t.$$

Ainsi,

$$r_t e^{kt} - r_s e^{ks} = \theta(e^{kt} - e^{ks}) + \sigma \int_s^t e^{-k(t-u)} dW_u$$

D'où le résultat.

On peut déduire l'espérance du taux de rachat conditionnellement à  $\mathcal{F}_s$ .

$$E[r_t | \mathcal{F}_s] = r_s e^{-k(t-s)} + \theta(1 - e^{-k(t-s)}).$$

L'une des difficultés de ce modèles est l'obtention des taux de rachats négatifs. Pour cette raison, nous allons utiliser le modèle de CHAIN LADDER.

### 4.1.2 Modèle de CHAIN LADDER

#### 4.1.2.1 Motivation

Nous voulons prévoir les rachats sur le produit AS-Millénum par la méthode de chain ladder. En pratique, les taux de rachat par ancienneté s'obtiennent à l'aide d'un historique contenant les différentes valeurs de rachat et les durées des contrats. La problématique consiste à estimer l'évolution des taux de rachat futur.

Ce problème est semblable à la question du provisionnement par la méthode de CHAIN-LADDER en assurance IARD (Incendie Accident Risque Divers). En effet, les assureurs non-vie disposent, par année de survenance des sinistres, de la répartition par année de règlement (par exemple l'automobile, les sinistres sont déclarés et réglé plusieurs mois, voir plusieurs années après leurs survenances). L'enjeu est ensuite de trouver, pour les sinistres survenus, le montant que l'assureur aura à déboursier dans les années suivantes pour le régler.

Dans ce travail, nous considérons la souscription d'un nouveau contrat d'assurance vie comme la déclaration d'un sinistre dont les dates de règlement correspondent aux différentes dates de rachat. Avec cette identification, nous utiliserons la méthode de Chain Ladder pour prévoir les éventuels taux futurs de rachat du produit AS-Millénum afin les réduire, ou de minimiser leur impact sur les provisions de l'entreprise.

#### 4.1.2.2 Modélisation

Considérons un sinistre d'une branche d'assurance non vie de durée maximale de règlement  $N$  années. Pour  $d \in \{0, \dots, N\}$  et  $s \in \{n, \dots, n + N\}$ ,  $S_{s,d}$  est le montant cumulé des valeurs de rachat pour les contrats souscrits pendant l'année  $s$ ,  $d$  années après sa souscription.

**Exemple 4.1.1** 1.  $S_{n,0}$  est le montant de la valeur de rachat sur les contrats souscrits pendant l'année  $n$  et la même année de souscription.

2.  $S_{n+3,2}$  est le montant cumulé des valeurs de rachats sur les contrats souscrit l'année  $n+3$  deux années après leurs souscriptions.

$s \backslash d$	0	1	2	...	N
n	$S_{n,0}$	$S_{n,1}$	$S_{n,2}$	...	$S_{n,N}$
n+1	$S_{n+1,0}$	$S_{n+1,1}$			
n+2	...				
...	...				
n+N	$S_{n+N,0}$				

FIGURE 4.1 – tableau 2.

Toutes les cases bleutées sont des données historiques et disponibles. L'objectif est de remplir les cases en blanc, plus formellement, il est question d'estimer pour une année de déclaration, les montants futurs de règlement du sinistre. Pour cela, la méthode de Chain-Ladder que nous utiliserons est présentée ci-dessous.

Elle consiste à calculer à partir des données de l'historique, un coefficient de passage, appelé facteur de développement, permettant de déterminer à partir de la valeur de règlement d'une année la valeur de règlement pour l'année suivante.

Soit  $\lambda_d$  ce coefficient défini par :

$$\lambda_d = \frac{\sum_{s=0}^{N-d} S_{n+s,d}}{\sum_{s=0}^{N-d} S_{n+s,d-1}}. \tag{4.3}$$

Ce coefficient est appliqué aux données manquantes pour compléter le triangle inférieur selon la formule suivante :


$$\forall j > n + i, S_{n+i,j} = S_{n+i,i} \prod_{k=i+1}^j \lambda_k$$

Appliquons cette méthode sur l'exemple suivant.

**Exemple 4.1.2** Le tableau ci-dessous décrit les montants cumulés de règlement des sinistres d'une branche automobile déclarés l'année  $s$  et réglé pendant cinq années.

## 4.2. Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

<i>s</i> \ <i>d</i>	0	1	2	3	4
<b>2006</b>	500	600	650	660	665
<b>2007</b>	450	580	630	640	
<b>2008</b>	480	600	635		
<b>2009</b>	510	630			
<b>2010</b>	490				



x 1,24
x 1,08
x 1,02
x 1,01

FIGURE 4.2 – tableau 3.

En appliquant la formule (4.3) aux données de ce tableau, nous obtenons :

$$\lambda_1 = \frac{600 + 580 + 600 + 530}{500 + 450 + 480 + 510} = 1,24.$$

## 4.2 Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

Nous nous limiterons à l'étude des rachats sur le produit Avenir Scolaire (AS Millénium) de la SAAR-VIE mis sur le marché en 2006.

### 4.2.1 Présentation du produit et historique des rachats sur ce produit

Le produit AS Millénium est un produit d'assurance mixte, constituée en grande partie d'une épargne et en faible proportion d'une prévoyance. C'est un produit souple, dont la prime de la partie épargne est déterminée par l'assuré lui-même et la partie prévoyance est un pourcentage de ladite épargne. Le montant minimal de la prime est de 5000 FCFA, et ce contrat offre des taux d'intérêts allant de 3,5% à 5,7% selon la durée du contrat. Il est donc avantageux de le prendre sur de longues durées. Il permet aux

## 4.2. Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

---

parents (souscripteurs) de préparer financièrement les études supérieures de leurs enfants en choisissant dès maintenant le niveau, la qualité de formation et l'établissement d'enseignement supérieur.

Ce produit, étant l'un des plus commercialisés à la SAAR-VIE, est également l'un des plus exposés au rachat car il présente une option de rachat dès la première année de souscription du contrat. C'est pour cette raison que nous appliquons notre modèle sur ce produit.

Le tableau suivant présente l'historique des valeurs de rachat (en francs CFA) sur le produit AS Millénium de la SAAR-VIE de 2006 à 2012.

année	valeur de rachat (en FCFA)
2006	3 319 640
2007	4 459 732
2008	38 080 322
2009	28 628 073
2010	31 690 787
2011	89 927 146
2012	17 992 709

### Tableau recapitulatif des valeurs de rachats sur le produit As Millenium entre 2006 et 2012

La représentation graphique de ces valeurs de rachat est donnée par le diagramme ci-dessous

## 4.2. Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

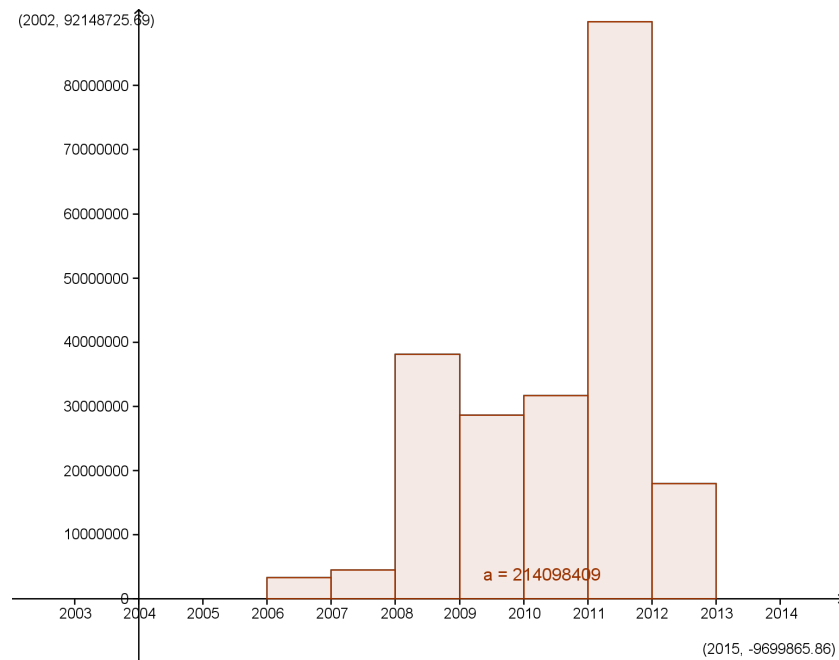


FIGURE 4.3 – tableau 4.

### 4.2.2 Analyse, résultats, interprétations et suggestions

Dans ce qui suit, nous faisons une étude statistique de ces valeurs. Plus précisément, nous déterminons la moyenne, l'écart type et l'intervalle de confiance de la moyenne. Considérons le tableau statistique suivant correspondant à celui des données ci-dessus.

$x_i$	3 319 640	4 459 732	38 080 322	28 628 073	31 690 787	89 927 146	17 992 709
$n_i$	1	1	1	1	1	1	1

La moyenne est :

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i n_i}{N}$$

on obtient  $\bar{X} = 30.585.487$

et l'écart type est :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum n_i x_i^2}{N} - \bar{X}^2}$$

## 4.2. Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

---

on obtient  $\sigma = 27.169.357,05$

Déterminons l'intervalle de confiance à 95% pour la moyenne. Soit  $t_\alpha$  quantile d'ordre  $\alpha$  de la loi utilisée.

$$I_\varepsilon = [\bar{X} - \varepsilon; \bar{X} + \varepsilon];$$

avec  $\varepsilon = t_\alpha \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$ . Donc  $\varepsilon = 1.96 \frac{27169357}{\sqrt{N}}$ .

$$I_\varepsilon = [\bar{X} - \varepsilon; \bar{X} + \varepsilon]$$

$$I_\varepsilon = [10458145; 50712828] \quad (4.4)$$

Conclusion : On constate que l'écart type très grand ; ce qui traduit un manque de stabilité de valeur de rachat.

Dans la suite de cette Section, nous appliquons la CHAIN LADDER aux taux de rachat déduit des valeurs de rachat ci-dessus.

Pour cela nous considérons le tableau suivant où chaque ligne est représentée par l'année de souscription du contrat. Sur une ligne de l'année  $s$ , nous reportons le cumul des taux de rachat sur l'ensemble des contrat souscrit pendant ladite année et effectué de cette année à l'année 2012. Notons que les données ne sont disponibles que sur une période de 6 ans et cette durée est raisonnable par rapport à la durée la vie moyenne des contrats qui est de 10 ans.

s \ d	0	1	2	3	4	5	6
2006	1,79%	3,59%	6,73%	10,75%	13,68%	17,88%	22,38%
2007	1,76%	3,53%	6,86%	10,58%	13,69%	17,37 %	
2008	1,8%	3,62%	6,92%	10,62%	14,42%		
2009	1,35%	2,73%	5,75%	9,41%			
2010	1,68%	3,39%	6,49%				
2011	1,17%	2,89%					
2012	2,06%						

## 4.2. Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

$d$  = est la durée (en année) du contrat depuis la souscription

$s$  = année de souscription.

Après avoir calculé les valeurs de  $\lambda_i$  remplissons le tableau ci-dessus en complétant les cases vides du tableau précédent.

$s \setminus d$	0	1	2	3	4	5	6
2006	1,79%	3,59%	6,73%	10,75%	13,68%	17,88%	22,38%
2007	1,76%	3,53%	6,86%	10,58%	13,69%	17,37%	<b>21,7%</b>
2008	1,8%	3,62%	6,92%	10,62%	14,42%	<b>18,6%</b>	<b>23,25%</b>
2009	1,35%	2,73%	5,75%	9,41%	<b>12,33%</b>	<b>15,91%</b>	<b>19,88%</b>
2010	1,68%	3,39%	6,49%	<b>8,37%</b>	<b>10,96%</b>	<b>14,1%</b>	<b>17,65%</b>
2011	1,17%	2,89%	<b>4,43%</b>	<b>6,95%</b>	<b>9,10%</b>	<b>11,7%</b>	<b>14,62%</b>
2012	2,06%	<b>4,78%</b>	<b>7,37%</b>	<b>11,57%</b>	<b>15,15%</b>	<b>15,54%</b>	<b>24,4%</b>

### Interprétation des résultats

1. La case correspondante à  $s = 2006$  et  $d = 6$  stipule que : Sur les contrats d'épargne souscrits en 2006, 22,38% de la valeur a déjà été rachetée six (6) ans plus tard, c'est à dire en 2012.
2. La case correspondante à  $s = 2012$  et  $d = 2$  stipule que : Des contrats souscrits en 2012, 7,37% seront déjà rachetés en 2012.

Précisons que pour trouver le montant des rachats, il suffit de multiplier les taux de rachat par les montants encaissés depuis la souscription du contrat.

Terminons cette Section en donnant quelques suggestions pour la minimisation des taux de rachat sur le produit AS-Millénum.

Pour minimiser les rachats causés par une mauvaise gestion des clients, l'assureur peut :

- l'assureur peut améliorer son service client en formant les gestionnaires dans la gestion de la clientèle.
- Soit empêcher que le rachat affecte grandement le bilan de la société en réservant le montant potentiel (en fonction des taux estimés) de rachats sans investir dans



#### 4.2. Application du modèle de CHAIN-LADDER pour la prévision et la minimisation du risque de rachat à la SAAR-VIE

---

les actifs de peur de liquider ses actifs sur le marché parce qu'un client réclame sa valeur de rachat.

- constamment informer le client sur l'évolution de son contrat, et lui donner tous les avantages de son contrat. Ceci pourrait constituer un encouragement pour lui s'il rencontre des difficultés l'empêchant d'honorer son engagement.

---

## Conclusion Générale

---

En introduisant l'option de rachat sur leurs contrats d'assurance vie, les compagnies d'assurance apportaient une innovation commerciale qui leur a permis d'attirer de nombreux clients, séduits par une liquidité accrue de leur placement. La simplicité apparente de la définition du rachat cache cependant une complexité étonnante. Il fait intervenir et interagir trois parties, l'assuré, l'assureur et le marché, il soulève des problématiques de gestion actif-passif, de la qualité de service offerte par les assureurs et dépend du comportement des assurés. Le rachat, probablement sous-estimé lors de sa création, est devenu au fil du temps un risque pouvant entraîner la faillite des entreprises d'assurance vie.

Dans ce mémoire, nous avons étudié le modèle de CHAIN LADDER utilisé en assurance non vie, et nous l'avons adapté dans la problématique du rachat en assurance vie. La mise à disposition des données sur le produit AS-Millénum dans notre entreprise d'accueil nous a permis d'estimer, à l'aide des résultats théoriques obtenus de cette adaptation, les taux futurs de rachat : Par exemple, pour les contrats souscrits de 2010 à 2012 nous avons estimé les taux cumulés de rachat pour l'année 2015. L'interprétation de ces résultats nous a permis de faire quelques suggestions parmi lesquelles une meilleure budgétisation des provisions pour les rachats de l'année prochaine, une bonne gestion de la clientèle.

Cette première contribution pourrait être améliorée par l'étude des autres méthodes de provisionnement (par exemple les variantes de la méthode de CHAIN LADDER) afin de choisir celle dont les hypothèses sont vérifiées par les données.

---

# Annexes

---

## 4.3 Extrait du code CIMA

Chapitre II - Assurance sur la vie et contrats de capitalisation

Section I - Dispositions Générales

Article 58 Assurance sur la vie

La vie d'une personne peut être assurée par elle-même ou par un tiers. Plusieurs personnes peuvent contracter une assurance réciproque sur la tête de chacune d'elles par un seul et même acte.

Article 59 Consentement de l'assuré

L'assurance en cas de décès contractée par un tiers sur la tête de l'assuré est nulle, si ce dernier n'y a pas donné son consentement par écrit avec indication du capital ou de la rente initialement garantis.

Le consentement de l'assuré doit, à peine de nullité, être donné par écrit, pour toute cession ou constitution de gage et pour transfert du bénéfice du contrat souscrit sur sa tête par un tiers.

Article 60 Assurance sur la tête d'un incapable

Il est défendu à toute personne de contracter une assurance en cas de décès sur la tête d'un mineur âgé de moins de 12 ans, d'un majeur en tutelle, d'une personne placée dans un établissement psychiatrique d'hospitalisation.

Toute assurance contractée en violation de cette prohibition est nulle. La nullité est prononcée sur la demande de l'assureur, du souscripteur de la police ou du représentant de l'incapable.

Les primes payées sont intégralement restituées.

L'assureur et le souscripteur sont en outre passibles, pour chaque assurance conclue sciemment en violation de cette interdiction, de la plus forte amende contraventionnelle. Ces dispositions ne mettent point obstacle dans l'assurance en cas de décès, au remboursement des primes payées en exécution d'un contrat d'assurance en cas de vie, souscrit sur la tête d'une des personnes mentionnées ci-dessus.

Article 61 Assurance sur la tête d'un mineur de plus de 12 ans

Une assurance en cas de décès ne peut être contractée par une autre personne sur la tête d'un mineur parvenu à l'âge de douze ans sans l'autorisation de celui de ses parents qui est investi de l'autorité parentale, de son tuteur ou de son curateur. Cette autorisation ne dispense pas du consentement personnel de l'incapable. A défaut de cette autorisation et de ce consentement, la nullité du contrat est prononcée à la demande de tout intéressé.

Article 62 Mentions de la police

La police d'assurance sur la vie doit indiquer, outre les énonciations mentionnées dans l'article 8 :

1. les noms, prénoms et date de naissance de celui ou ceux sur la tête desquels repose l'opération ;
2. l'événement ou le terme duquel dépend l'exigibilité du capital ou de la rente garantis.

Article 63 Durée

La durée d'un contrat de capitalisation est fixée par convention.

Article 64 Mentions du titre ou contrat de capitalisation

Tout titre ou contrat de capitalisation doit indiquer :

1. le montant du capital remboursable à l'échéance et le montant à toute époque du capital remboursable par anticipation ;
2. le montant et la date d'exigibilité des versements ;
3. la date de prise d'effet ainsi que la date d'échéance du contrat ;
4. la valeur de rachat garantie du contrat d'année en année pendant au moins 6 ans ;
5. les conditions dans lesquelles l'entreprise peut consentir des avances ;

6. les conditions de déchéance opposables aux souscripteurs pour retard dans les versements, sans que ces déchéances puissent avoir effet avant un délai d'un mois à dater du jour de l'échéance ; ce délai ne court, si le contrat est nominatif, qu'à partir d'une mise en demeure par lettre recommandée ;
7. la substitution de plein droit de tous les héritiers des titulaires de contrats nominatifs aux dits titulaires, ainsi que l'interdiction pour l'entreprise de stipuler à leur décès aucun versement supplémentaire ou aucune retenue spéciale
8. la limitation des sommes à prélever pour frais de gestion en proportion des versements
9. le numéro ou la combinaison de lettres dont la désignation par le sort peut entraîner le remboursement anticipé à la suite de tirages ;
10. le nombre des tirages par an, ainsi que leurs dates ;
11. le mécanisme des tirages et les conditions de publicité dans lesquelles ils s'effectuent ;
12. les ressources qui alimentent les tirages lorsqu'ils ne sont pas garantis, la proportion des titres remboursés par anticipation avec la spécification de la méthode employée pour la désignation des titres par le sort.

Article 65 Renonciation, Indication des valeurs de rachat

(Modifié par Décision du Conseil des Ministres du 22/04/1999)

Toute personne physique qui a signé une proposition d'assurance ou une police d'assurance sur la vie ou un contrat de capitalisation a la faculté d'y renoncer par lettre recommandée avec demande d'avis de réception ou tout autre moyen faisant foi de la réception pendant le délai de trente jours à compter du premier versement.

La renonciation entraîne la restitution de la prime versée, déduction faite du coût de police, dans le délai maximal de trente jours à compter de la réception de ladite renonciation. Au-delà de ce délai, les sommes non restituées produisent de plein droit intérêt au taux légal majoré de moitié durant deux mois, puis, au double du taux légal. La proposition d'assurance, la police d'assurance, ou le contrat de capitalisation doivent indiquer notamment, pour les contrats qui en comportent, les valeurs de rachat garanties au terme de chacune des huit premières années au moins.

Le défaut de communication des informations énumérées à l'alinéa précédent entraîne de plein droit la prorogation du délai prévu au premier alinéa jusqu'au trentième jour suivant la date de la communication effective de ces informations.

#### Article 66 Suicide

L'assurance en cas de décès est de nul effet si l'assuré se donne volontairement et consciemment la mort au cours des deux premières années du contrat.

#### Article 67 Remboursement de la provision mathématique

Dans le cas de réticence ou fausse déclaration mentionné à l'article 18, dans le cas où l'assuré s'est donné volontairement et consciemment la mort au cours du délai mentionné à l'article 66 ou lorsque le contrat exclut la garantie du décès en raison de la cause de celui-ci, l'assureur verse au contractant ou, en cas de décès de l'assuré, au bénéficiaire, une somme égale à la provision mathématique du contrat.

#### Article 68 Assurance au profit d'un bénéficiaire déterminé

Le capital ou la rente garantis peuvent être payables lors du décès de l'assuré à un ou plusieurs bénéficiaires déterminés.

Est considérée comme faite au profit de bénéficiaires déterminés la stipulation par laquelle le bénéfice de l'assurance est attribué à une ou plusieurs personnes qui, sans être nommément désignées, sont suffisamment définies dans cette stipulation pour pouvoir être identifiées au moment de l'exigibilité du capital ou de la rente garantis.

En l'absence de désignation d'un bénéficiaire dans la police ou à défaut d'acceptation par le bénéficiaire, le contractant a le droit de substituer un bénéficiaire à un autre. Cette désignation ou cette substitution ne peut être opérée, qu'avec l'accord de l'assuré, lorsque celui-ci n'est pas le contractant.

Cette désignation peut être réalisée soit par voie d'avenant au contrat, soit par voie testamentaire.

#### Article 69 Révocation et acceptation du bénéficiaire

La stipulation en vertu de laquelle le bénéfice de l'assurance est attribué à un bénéficiaire déterminé devient irrévocable par l'acceptation expresse ou tacite du bénéficiaire.

Tant que l'acceptation n'a point eu lieu, le droit de révoquer cette stipulation n'ap-

partient qu'au stipulant et ne peut, en conséquence, être exercé de son vivant par ses créanciers ni par ses représentants légaux.

Ce droit de révocation ne peut être exercé, après la mort du stipulant, par ses héritiers, qu'après l'exigibilité de la somme assurée et au plus tôt trois mois après que le bénéficiaire de l'assurance a été mis en demeure, par acte extra-judiciaire, d'avoir à déclarer s'il accepte.

L'attribution à titre gratuit du bénéfice d'une assurance sur la vie à une personne déterminée est présumée faite sous la condition de l'existence du bénéficiaire à l'époque de l'exigibilité du capital ou de la rente garantis, à moins que le contraire ne résulte des termes de la stipulation.

#### Article 70 Assurance sans désignation de bénéficiaire

Lorsque l'assurance en cas de décès a été conclue sans désignation du bénéficiaire, le capital ou la rente garantis font partie du patrimoine ou de la succession du contractant.

#### Article 71 Droit propre du bénéficiaire

Le capital ou la rente stipulés payables lors du décès de l'assuré à un bénéficiaire déterminé ou à ses héritiers ne font pas partie de la succession de l'assuré. Le bénéficiaire, quelles que soient la forme et la date de sa désignation, est réputé y avoir eu seul droit à partir du jour du contrat, même si son acceptation est postérieure à la mort de l'assuré.

#### Article 72 Paiement des primes par un tiers

Tout intéressé peut se substituer au contractant pour payer les primes.

Article 73 Action en paiement des primes afférentes aux contrats d'assurance vie ou de capitalisation

L'assureur n'a pas d'action pour exiger le paiement des primes afférentes aux contrats d'assurance vie ou de capitalisation.

Le défaut de paiement d'une prime ou d'une cotisation ne peut avoir pour sanction que la suspension ou la résiliation pure et simple du contrat et, dans ce dernier cas, le versement de la valeur de rachat que ledit contrat a éventuellement acquise.

Lorsqu'une prime ou une fraction de prime n'est pas payée dans les dix jours de son échéance, l'assureur adresse au contractant une lettre recommandée, par laquelle il l'informe qu'à l'expiration d'un délai de quarante jours à dater de l'envoi de cette lettre

le défaut de paiement entraîne soit la résiliation du contrat en cas d'inexistence ou d'insuffisance de la valeur de rachat, soit la réduction du contrat.

L'envoi de la lettre recommandée par l'assureur rend la prime portable dans tous les cas.

Article 74 Valeurs de réduction et de rachat, avances

(Modifié par Décision du Conseil des Ministres du 22/04/1999)

Les modalités de calcul de la valeur de réduction et de la valeur de rachat sont déterminées par un règlement général mentionné dans la police et établi par l'assureur après accord du Ministre en charge du secteur des assurances.

Dès la signature du contrat, l'assureur informe le contractant que ce règlement général est tenu à sa disposition sur sa demande. L'assureur doit communiquer au contractant, sur la demande de celui-ci, le texte du règlement général. Dans la limite de la valeur de rachat, l'assureur peut consentir des avances au contractant.

L'assureur doit, à la demande du contractant, verser à celui-ci la valeur de rachat du contrat dans un délai qui ne peut excéder deux mois. Au-delà de ce délai, les sommes non versées produisent de plein droit intérêt au taux d'escompte majoré de moitié durant deux mois, puis, à l'expiration de ce délai de deux mois, au double du taux d'escompte.

Pour les assurances sur la vie et de capitalisation, l'assureur ne peut refuser la réduction ou le rachat lorsque 15% des primes ou cotisations prévues au contrat ont été versés. En tout état de cause, le droit à rachat ou à réduction est acquis lorsque au moins deux primes annuelles ont été payées. L'assureur peut d'office substituer le rachat à la réduction si la valeur de rachat du contrat est inférieure au montant brut mensuel du salaire minimum interprofessionnel garanti (SMIG) dans l'Etat de souscription du risque.

Article 75 Information de l'assuré

Pour les contrats souscrits et aussi longtemps qu'ils donnent lieu à paiement de prime, l'assureur doit communiquer chaque année au contractant les montants respectifs de la valeur de rachat, de la valeur de réduction, des capitaux garantis et de la prime du contrat.

Ces montants ne peuvent tenir compte de participations bénéficiaires qui ne seraient



pas attribuées à titre définitif.

L'assureur doit préciser en termes précis et clairs dans cette communication ce que signifient les opérations de rachat et de réduction et quelles sont leurs conséquences légales et contractuelles.

Pour les contrats ne donnant plus lieu à paiement de prime, les informations visées ci-dessus ne sont communiquées pour une année donnée qu'au contractant qui en fait la demande. Le contrat doit faire référence à l'obligation d'information prévue aux alinéas précédents.

#### Article 76 Indemnité de rachat

Pour tout contrat d'assurance sur la vie et pour tout contrat de capitalisation comportant une valeur de rachat, cette valeur de rachat est égale à la provision mathématique du contrat diminuée, éventuellement, d'une indemnité qui ne peut dépasser 5% de cette provision mathématique. Cette indemnité doit être nulle à l'issue d'une période de dix ans à compter de la date d'effet du contrat.

#### Article 77 Assurances dépourvues de réduction ou de rachat

Les assurances temporaires en cas de décès ainsi que les rentes viagères immédiates ou en cours de service ne peuvent comporter ni réduction ni rachat. Les assurances de capitaux de survie et de rente de survie, les assurances en cas de vie sans contre-assurance et les rentes viagères différées sans contre-assurance ne peuvent comporter de rachat.

#### Article 78 Meurtre de l'assuré par le bénéficiaire

Le contrat d'assurance cesse d'avoir effet à l'égard du bénéficiaire qui a été condamné pour avoir donné volontairement la mort à l'assuré.

Le montant de la provision mathématique doit être versé par l'assureur au contractant ou à ses ayant cause, à moins qu'ils ne soient condamnés comme auteurs ou complices du meurtre de l'assuré.

Si le bénéficiaire a tenté de donner la mort à l'assuré, le contractant a le droit de révoquer l'attribution du bénéficiaire de l'assurance, même si le bénéficiaire de l'assurance avait déjà accepté la stipulation faite à son profit.

#### Article 79 Paiement de bonne foi au bénéficiaire apparent

Lorsque l'assureur n'a pas eu connaissance de la désignation d'un bénéficiaire par

testament ou autrement, ou de l'acceptation d'un autre bénéficiaire ou de la révocation d'une désignation, le paiement du capital ou de la rente garantis fait à celui qui, sans cette désignation, y aurait eu droit, est libératoire pour l'assureur de bonne foi.

#### Article 80 Erreur sur l'âge de l'assuré

L'erreur sur l'âge de l'assuré n'entraîne la nullité de l'assurance que lorsque son âge véritable se trouve en dehors des limites fixées pour la conclusion des contrats par les tarifs de l'assureur.

Dans tout autre cas, si, par suite d'une erreur de ce genre, la prime payée est inférieure à celle qui aurait dû être acquittée, le capital ou la rente garantis sont réduits en proportion de la prime perçue et de celle qui aurait correspondu à l'âge véritable de l'assuré. Si, au contraire, par suite d'une erreur sur l'âge de l'assuré, une prime trop forte a été payée, l'assureur est tenu de restituer la portion de prime qu'il a reçue en trop sans intérêt.

Après les lois régissant le contrat entre assureur et assuré, citées ci-dessus, les grands principes de la réglementation sont le devoir de solvabilité\* et la bonne gestion de l'interaction actif/passif.

---

---

# Bibliographie

---

[1] Code CIMA

[2] PETAUTON P (2004) THEORIE ET PRATIQUE DE L'ASSURANCE VIE, 3ème édition DUNOD.

[3] PROMISLOW D. S. (2012) FUNDAMENTALS OF ACTUARIAL MATHEMATICS, 2nd Edition WILEY

[4] INTERNET